

**Expérience n°5 – MESURE DE LA PERMITTIVITE DU VIDE  $\epsilon_0$** 

Domaine: Electromagnétisme, électricité

Lien avec le cours de Physique Générale:

Cette expérience est liée aux chapitres suivants du cours de Physique Générale:

- Physique I, Chapitre 11: Les charges, la force et le champ électrique
- Physique I, Chapitre 12: Potentiel et énergie électrique. Courant électrique

**Objectif général de l'expérience**

L'objectif de cette expérience est de **mesurer la constante de permittivité du vide  $\epsilon_0$** . Cette constante caractéristique des **propriétés électriques du vide** est d'une importance fondamentale en physique. Dans le but de mesurer cette constante, nous étudierons un **condensateur plan** de géométrie connue (deux plaques parallèles métalliques chargées, séparées par une distance variable). La mesure de la **capacité** (exprimée en Farad [F]) de ce condensateur en fonction de la distance entre les plaques nous permettra d'accéder à la constante recherchée.

**1 Introduction**

L'espace possède des propriétés électriques et magnétiques qui ne sont pas indépendantes l'une de l'autre. Un exemple est la propagation des ondes électromagnétiques, dont la lumière est un cas particulier, qui fait intervenir à la fois ses propriétés électriques et magnétiques.

En effet, les courants électriques sont la source des champs magnétiques et la propriété de l'espace caractérisant cette relation entre courant et champ est donnée par la constante  $\mu_0$  qu'on appelle **constante d'induction** ou mieux **perméabilité du vide**. De même, les charges électriques sont la source des champs électrostatiques. La constante **constante d'influence  $\epsilon_0$** , ou **permittivité du vide**, caractérise les propriétés électriques de l'espace.

La propagation des ondes électromagnétiques est donc évidemment liée aux grandeurs  $\mu_0$  et  $\epsilon_0$ . Les équations fondamentales de l'électrodynamique (équations de Maxwell) montrent en effet que la vitesse de propagation  $c$  de la lumière dans le vide est donnée par

$$c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}}. \quad (\text{Eq. 1})$$

Dans le système d'unités MKSA (Mètre – Kilogramme – Seconde - Ampère), on pose par définition :

$$\mu_0 = 4\pi \text{ [V}\cdot\text{s/A}\cdot\text{m]} \quad (\text{unité équivalente Henry/m} = \text{[H/m]}). \quad (\text{Eq. 2})$$

Dans cette convention, et une fois la valeur de  $\mu_0$  définie, celle de  $\epsilon_0$  n'est plus arbitraire mais doit être déterminée expérimentalement. C'est le sujet de cette expérience. La détermination de la constante  $\epsilon_0$ , caractéristique des propriétés électriques du vide, est donc d'une importance fondamentale en physique.

## 2 Principe général de l'expérience

La permittivité du vide  $\epsilon_0$  apparaît dans le système d'unités MKSA. Elle n'a pas de valeur prédéterminée, et doit donc être mesurée. Puisque cette mesure ne peut pas être faite directement (par exemple comme on mesure une masse avec une balance ou une température avec un thermomètre), il faut procéder de façon indirecte à travers une loi physique qui permet facilement d'y accéder. Dans cette expérience, on utilise la **loi du condensateur plan** que l'on présente plus en détail dans le paragraphe suivant.

### 2.1) Condensateur plan

De façon générale, un **condensateur** est constitué de deux corps conducteurs portés à un certain potentiel électrique et séparés par un certain volume de matériau isolant. Dans le cas le plus simple qu'on va traiter ici, le condensateur plan est formé de deux plaques métalliques parallèles, de même surface  $S$ , séparées par une distance  $d$ , et portées à une différence de potentiel  $V$ . L'air entre les plaques constitue l'isolant.

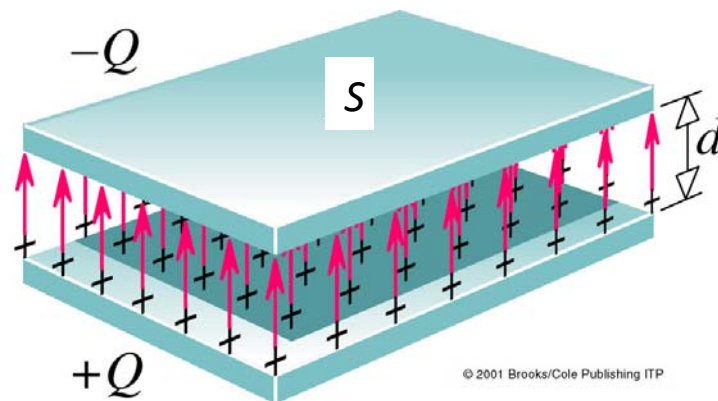


Figure 1: Schéma d'un condensateur plan.

La **capacité C** du condensateur est une mesure de sa capacité à accumuler des charges. En effet, en appliquant une tension  $V$  entre les plaques, la charge résultante  $+Q$  et  $-Q$  sur chaque plaque peut s'écrire:

$$Q = C \cdot V. \quad (\text{Eq. 3})$$

Nous pouvons voir alors facilement que sous une certaine tension  $V$ , une capacité plus élevée résultera en une charge totale plus importante accumulée sur chaque plaque.

L'unité de la capacité électrique est le Farad (F). Cependant, dans les phénomènes physiques quotidiens, on ne rencontre pas de capacités de cet ordre de grandeur. Il est donc plus courant d'utiliser les unités de **nanofarad** ( $1 \text{ nF} = 10^{-9} \text{ F}$ ) ou **picofarad** ( $1 \text{ pF} = 10^{-12} \text{ F}$ ).

### 2.2) Lien avec $\epsilon_0$

Dans le cas d'un condensateur idéal, les plaques sont séparées par de l'air qui peut, dans une première approximation, être considéré comme électriquement équivalent au vide. La capacité résultante  $C$  est reliée à la géométrie du condensateur (surface des plaques  $S$  exprimée en  $\text{m}^2$ , distance entre les plaques  $d$ , exprimée en m) par la relation simple:

$$C [\text{F}] = \epsilon_0 \frac{S [\text{m}^2]}{d [\text{m}]} . \quad (\text{Eq. 4})$$

Connaissant la surface  $S$  des plaques, cette loi nous permet d'accéder facilement à la permittivité du vide  $\epsilon_0$  en mesurant la **capacité** d'un condensateur plan en fonction de la **distance entre les deux plaques**.

2.3) Mesure de la capacité d'un condensateur plan à l'aide d'un pont de Wheatstone

Comme expliqué dans le paragraphe précédent, la capacité  $C$  du condensateur plan doit être mesurée en fonction de la distance entre les plaques pour accéder à la grandeur recherchée  $\epsilon_0$ . La mesure de la capacité, ainsi que la détermination résultante de la constante d'influence  $\epsilon_0$ , est aussi une mesure indirecte, qui n'est pas triviale à faire de façon précise (comme un courant ou une tension peuvent être mesurés facilement à l'aide d'un multimètre par exemple).

2.3.1 Pont de Wheatstone

Dans cette expérience, nous allons utiliser un circuit couramment employé pour mesurer des résistances inconnues. Ce circuit, appelé **pont de Wheatstone**, a été modifié ici pour fonctionner avec des courants alternatifs (car un courant continu ne peut pas passer à travers un condensateur) afin de mesurer une capacité de façon précise.

Le pont de Wheatstone dans sa configuration la plus courante (voir Figure 2) fonctionne avec des courants continus. Il est constitué de deux résistances connues  $R_2$  et  $R_3$ , d'une résistance variable  $R_1$ , et de la résistance inconnue à mesurer  $R_x$ . Un galvanomètre  $G$  (ou ampèremètre analogique) mesure le courant circulant entre les deux branches du pont.

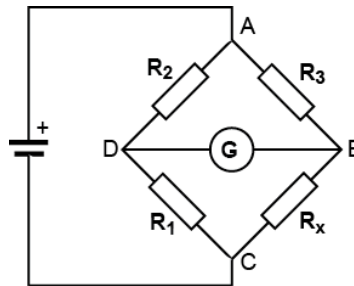


Figure 2: Schéma du pont de Wheatstone classique (pour la mesure d'une résistance inconnue).

Il est possible de démontrer que lorsque la condition

$$R_1 \cdot R_3 = R_2 \cdot R_x \tag{Eq. 5}$$

est vérifiée, le courant traversant le galvanomètre  $G$  est nul. Cette condition s'appelle **condition d'équilibre** du pont. De façon pratique, la résistance variable  $R_1$  est modifiée précisément jusqu'à atteindre un courant nul dans le galvanomètre. En utilisant la condition d'équilibre du pont, la résistance inconnue  $R_x$  peut alors être déterminée.

2.3.2 Pont de Wheatstone modifié pour mesurer une capacité

Dans le pont de Wheatstone modifié (Figure 3a), la résistance inconnue  $R_x$  est remplacée par un condensateur  $C$  et un interrupteur  $I$ . L'interrupteur  $I$  a une fréquence d'interruption  $\nu = 50$  Hz.

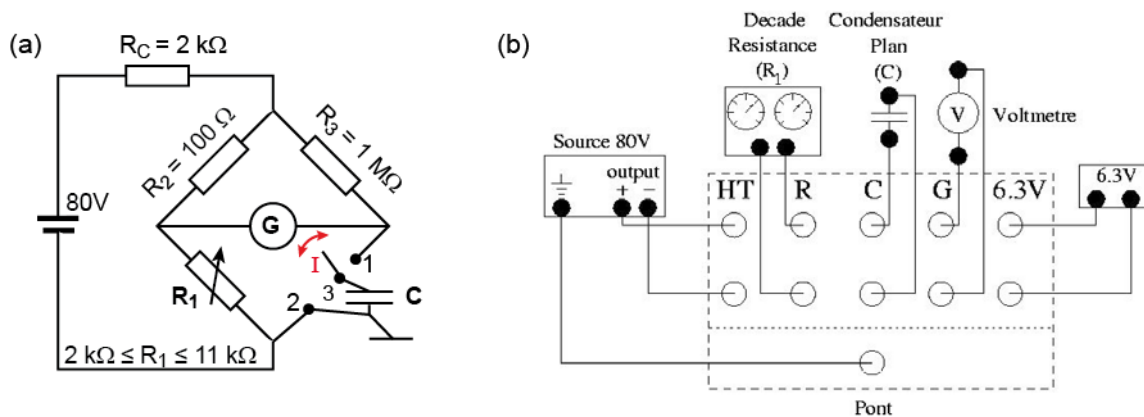


Figure 3: a) Schéma du pont de Wheatstone modifié pour mesurer la capacité du condensateur. b) Circuit électrique du banc de mesure et branchements à réaliser pendant l'expérience.

Quand l'interrupteur est en position 1, le condensateur se charge à travers les résistances  $R_2$ ,  $R_3$  et le galvanomètre  $G$ . Quand l'interrupteur est en position 2, le condensateur est court-circuité et se décharge à la terre. Ces cycles de charge et décharge se produisent à la fréquence de 50 Hz de l'interrupteur. On peut démontrer que cette charge et décharge périodique à la fréquence  $\nu$  correspond à une résistance équivalente (qu'on appelle plutôt impédance dans ce cas):

$$R_4 = \frac{1}{\nu C} \quad . \quad (\text{Eq. 6})$$

De façon pratique, le pont de Wheatstone est équilibré (courant  $I$  nul dans le galvanomètre) en ajustant précisément la résistance variable  $R_1$ . En utilisant les formules (Eq. 5) et (Eq. 6), la capacité  $C$  du condensateur est déduite de la condition d'équilibre:

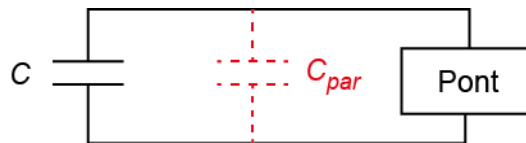
$$C = \frac{1}{\nu} \frac{R_2}{R_1 R_3} \quad (\text{Eq. 7})$$

### 2.3.3 Capacité parasite

Le cas décrit ci-dessus représente le cas idéal d'un circuit sans capacité parasite. En réalité, lors de la mesure de capacité avec le pont de Wheatstone modifié, nous mesurons une capacité totale  $C^*$ , qui est la somme de la capacité à mesurer  $C$  et d'une **capacité parasite**  $C_{par}$  (Figure 4):

$$C^* = C + C_{par} \quad . \quad (\text{Eq. 8})$$

Cette capacité parasite  $C_{par}$  est celle du pont lui-même et des câbles reliant le pont au condensateur. Elle sera aussi évaluée pendant l'expérience.



**Figure 4:** La capacité totale mesurée par cette méthode est la somme de la capacité recherchée  $C$  et d'une capacité parasite équivalente  $C_{par}$ , qui a son origine dans le pont lui-même et les câbles reliant le pont au condensateur.

### Précautions à prendre:

Pour limiter l'effet de la capacité parasite, il faudra donc faire attention pendant les mesures aux points suivants:

- **Utiliser les câbles les plus courts possibles.**
- **Ne pas bouger les câbles d'une mesure à l'autre pour avoir un biais (erreur systématique) constant lors de chaque point de mesure.**

## 2.4) Résumé

- La mesure de capacité  $C$  d'un condensateur plan en fonction de l'espacement  $d$  de ses plaques permet d'accéder à la constante d'influence  $\epsilon_0$  par une loi simple (Eq. 4).
- Le **pont de Wheatstone modifié** (Figure 3a) permet de faire des mesures précises de capacité de manière similaire à son utilisation habituelle pour la mesure de résistances. De façon pratique, cette mesure se fait en trouvant expérimentalement la condition d'équilibre du pont (Eq. 5) et (Eq. 7), à l'aide d'une résistance variable (nommée "decade resistance"  $R_1$  sur la Figure 3b) qui permet d'annuler le courant entre les branches du pont.
- Dans tout circuit électrique, il y a toujours des **capacités parasites**  $C_{par}$  provenant des câbles et des instruments de mesure. La capacité mesurée ici ne correspond donc pas exactement à la capacité  $C$  du condensateur, mais à une capacité équivalente  $C^* = C + C_{par}$ .

### 3 Marche à suivre

#### 3.1) Mesures à effectuer:

3.1.1 Réaliser le montage de la Figure 3 et le faire contrôler par un assistant.

Précautions à prendre: utiliser les fils les plus courts possibles et ne pas les bouger pendant toute l'expérience.

3.1.2 Mesurer la capacité totale  $C^*$  pour 10 valeurs de l'écartement  $d$  entre les armatures du condensateur ( $2 \text{ mm} < d < 10 \text{ mm}$ ). Le but étant de tracer ensuite la courbe  $C^* = f(1/d)$ , le choix des valeurs de  $d$  sera fait de façon à avoir une répartition uniforme en  $1/d$  (et non pas équidistante en fonction de  $d$ ).

Préalable: déterminer les distances  $d$  à utiliser pour obtenir 10 points répartis uniformément sur un axe ( $1/d$ ) pour  $2 \text{ mm} < d < 10 \text{ mm}$ .

Pour chaque valeur de  $d$ , la capacité  $C^*$  est déterminée en ajustant précisément la résistance variable  $R_1$  pour obtenir l'équilibre du pont de Wheatstone. A partir de la résistance  $R_1$  mesurée et de la valeur des autres résistances indiquées sur la Figure 3a, déterminer la valeur correspondante de  $C^*$ .

Calcul d'erreur: estimer les incertitudes de mesures sur  $R_1$  et sur  $d$ . Pour  $R_1$ , observer pour chaque mesure quel est le plus petit changement de résistance provoquant un changement observable sur le galvanomètre. A partir de ces valeurs, calculer les incertitudes résultantes sur  $C^*$  et  $1/d$  (propagation d'incertitudes). On considère une incertitude relative de 1% sur les résistances  $R_2$  et  $R_3$ .

#### 3.2) Détermination de la constante d'influence $\varepsilon_0$ :

Tracer la courbe  $C^* = f(1/d)$  avec les barres d'incertitudes correspondantes. A partir d'une régression linéaire sur ce graphe, en déduire la constante d'influence  $\varepsilon_0$ . Comparer la valeur obtenue à celle trouvée dans la littérature.

Préalable: trouver la valeur réelle de  $\varepsilon_0$  dans une table de référence.

En déduire également la capacité parasite  $C_{par}$  du circuit.

Calcul d'erreur: déterminer l'erreur obtenue sur  $\varepsilon_0$  à partir de l'incertitude obtenue sur la pente du graphique  $C^* = f(1/d)$ .

### 4 Préalable

Cette partie est à **préparer en avance**, avant la séance de TP, afin de gagner du temps lors de celle-ci. Les points concernant le calcul d'incertitude ne sont à considérer qu'à partir du moment où le calcul d'erreur a été introduit.

Partie	Descriptif
3.1)	Déterminer les distances $d$ à utiliser pour obtenir 10 points répartis uniformément sur un axe ( $1/d$ ) pour $2 \text{ mm} < d < 10 \text{ mm}$ .
3.2)	Trouver la valeur réelle de $\varepsilon_0$ dans une table de référence.

# Travaux Pratiques de Physique

## Expérience N°5 : Epsilon zéro

### 3.1) Mesures

Surface d'une armature:  $S =$   [m<sup>2</sup>]  
 Résistances du pont:  $R_2 =$   [Ω]  
 $R_3 =$   [Ω]  
 Incertitude sur les résistances  $R_2$  et  $R_3$ :  [%]  
 Incertitude sur les distances mesurées:  [mm]

$d$ [mm]	$1/d$ [mm <sup>-1</sup> ]	$\Delta(1/d)$ [mm <sup>-1</sup> ]	$R_1$ [Ω]	$\Delta R_1$ [Ω]	$C^*$ [nF]	$\Delta C^*$ [nF]

### 3.2) Détermination de la constante d'influence $\epsilon_0$

Représentation graphique :  $C^* = C^*(1/d)$

insérer graphique ici

#### Résultats:

Valeur de réf.:	$\epsilon_0 =$	<input type="text"/>	<input type="text"/>	[AsV <sup>-1</sup> m <sup>-1</sup> ]
Valeur exp.:	$\epsilon_0 =$	<input type="text"/>	$\pm$ <input type="text"/>	[AsV <sup>-1</sup> m <sup>-1</sup> ]
Capacité par.:	$C_{par} =$	<input type="text"/>	$\pm$ <input type="text"/>	[nF]